Module : Calcul des réservoirs et des enceintes sous pression

Chapitre I : Les enceintes sous pression

I-1 Introduction

Les enceintes sous pression sont conçues de telle manière à assurer une étanchéité parfaite. Elles sont destinées à un fonctionnement performant sous des conditions de température et de pression extrêmes.

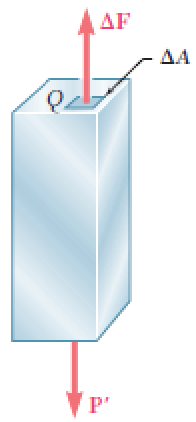
I-1-1 Méthodes de détermination des contraintes :

L'analyse des contraintes peut être réalisée par des moyens analytiques et expérimentaux.

La méthode analytique est basée sur la solution mathématique des équations de la théorie de l'élasticité, plasticité…etc. dans le cas où la géométrie d'une pièce ou si la répartition des contraintes est compliquée et pas très bien définie alors on a recours à des méthodes expérimentales.

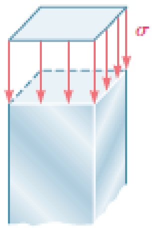
I-1-2 Signification des contraintes :

Soit une force appliquée perpendiculairement à la section d'une barre.



La contrainte appliquée sur cette barre est définie comme suit :

$$\sigma = \frac{F}{A}\ [N/m^2]$$



Soit $\vec{n}$ le vecteur unité perpendiculaire à la section A

σ est dite contrainte de traction si $\vec{F} > \vec{0}$

σ est dite contrainte de compression si $\vec{F} < \vec{0}$

Si F est parallèle à A on dit que σ est contrainte de cisaillement.

La force appliquée perpendiculairement à A produit une déformation ε exprimant un changement de longueur ΔL.

Où : $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}\ [-]$

<u>Exemple :</u>

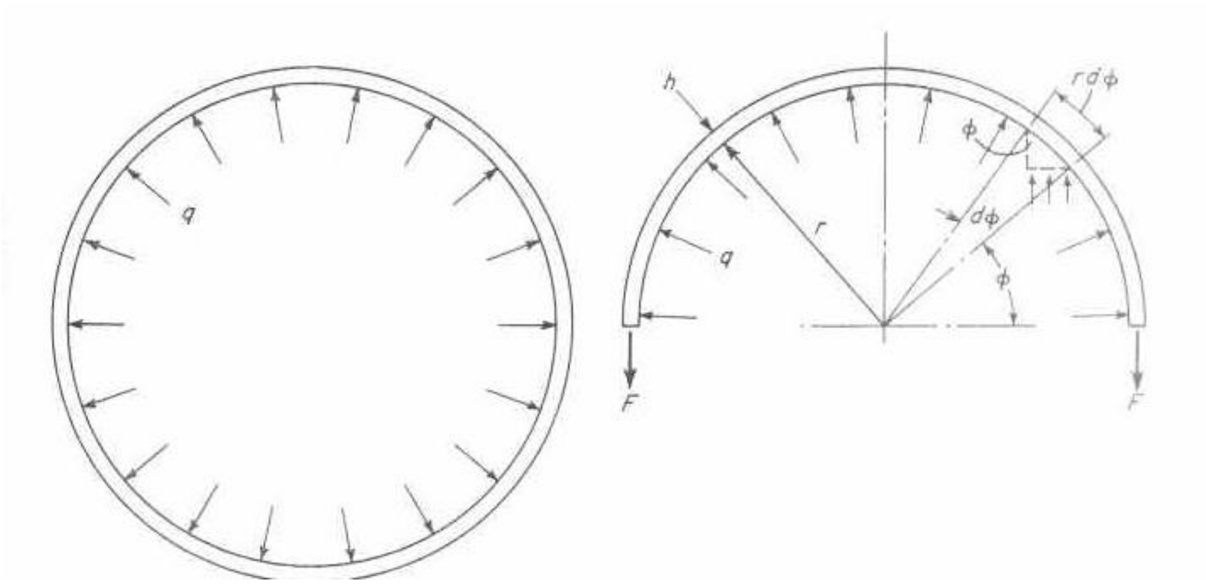
Une barre ayant une section de 80 mm^2 est soumise à deux forces de traction chacune de 20 kN. Déterminer la contrainte dans cette barre.

$$\sigma = \frac{20.\ 10^3}{80\,.\,10^{-6}} = 250\ MPa$$

I-2 Contraintes dans les anneaux, les cylindres et les sphères :

I-2-1 Contraintes dans les anneaux :

Soit un anneau circulaire soumis à des forces radiales uniformément réparties sur sa circonférence.



Soit q la force par unité de longueur circonférentielle et r le rayon de cet anneau et h son épaisseur (h << r).

L'équilibre des forces nous permet d'avoir :

$$2\,F = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} q\;r\;sin\varphi\;d\varphi = 2qr$$

Soit : F = q r

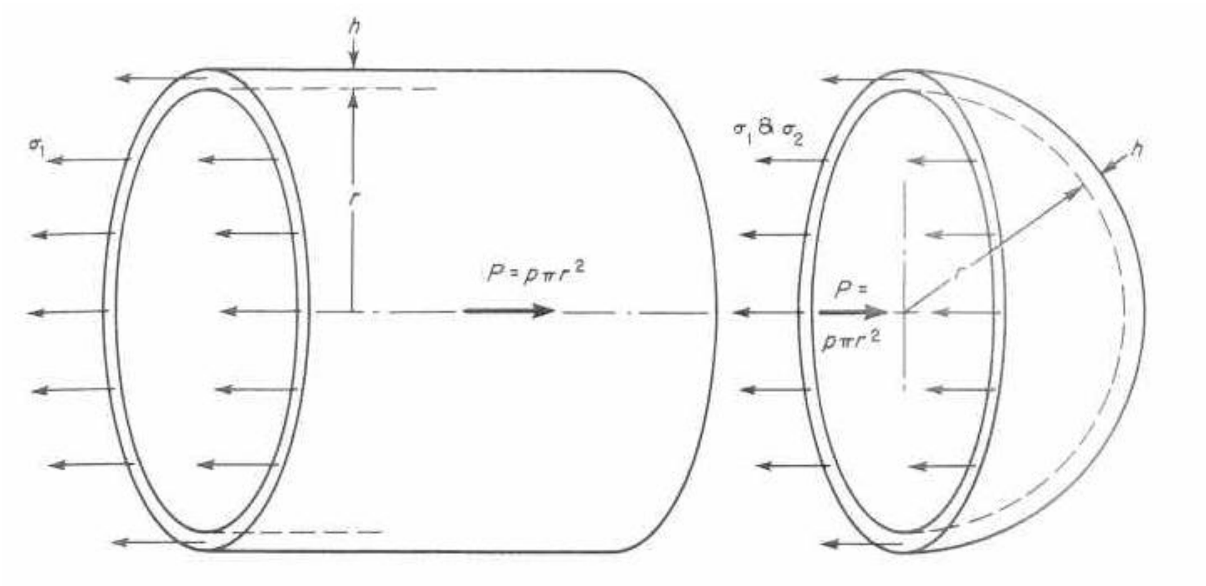
La contrainte unitaire dans cet anneau peut être obtenue par :

$$\sigma_2 = \frac{q\;r}{A}$$

Où A est surface longitudinale de l'anneau

I-2-2 Contraintes dans les cylindres et les sphères :

Si cet anneau est considéré comme la partie unitaire d'un cylindre d'épaisseur h et soumis à une pression interne p alors p = q et A = h ce qui nous donne :



$$\sigma_2 = \frac{p\,r}{h}$$

La contrainte longitudinale peut être calculée en égalant la force de pression appliquée sur le bout de ce cylindre aux forces longitudinales agissant sur une section transversale :

$$\sigma_1\, h\, 2\, \pi\, r = p\, \pi\, r^2$$

$$\sigma_1 = \frac{p\,r}{2\,h}$$

Soit :

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}$$

$$\sigma_1 < \sigma_2$$

Dans le cas d'une sphère

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{p\ r}{2\ h}$$

C'est pour cette raison qu'il est souvent préférable d'utiliser des sphères au lieu des cylindres.

I -3 Rapport de Poisson :

Soit une barre de section circulaire soumise à un étirement causé par deux forces axiales.

L'allongement longitudinal :

$\Delta L = L - L_0$ [m]

La déformation est dans ce cas longitudinale :

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L_0}$$

L'allongement radial :

$\Delta R = R - R_0$ [m]

La déformation radiale :

$$\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{R_0}$$

Le coefficient de Poisson exprime le rapport entre les déformations axiale et radiale :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_L}$$